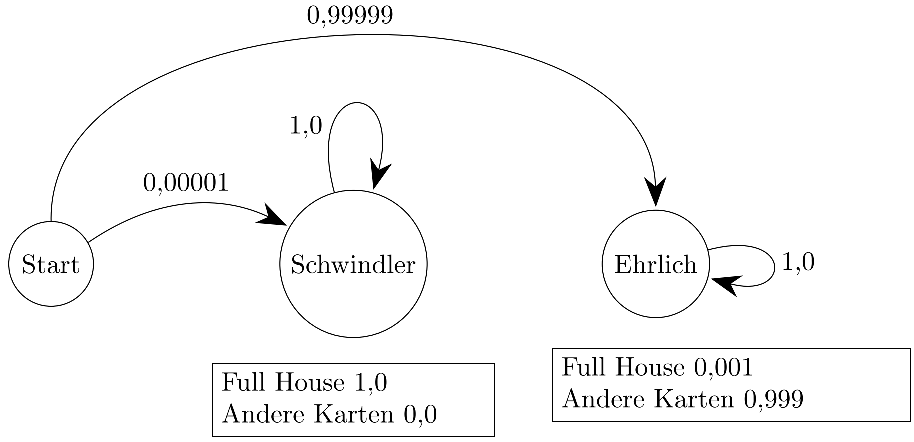
Die Situation und ein HMM

Hier das Poker-Beispiel mit Details. Stellen wir uns vor, wir spielen Poker mit einer anderen Person. Es könnte sein, dass sie ehrlich spielt, oder dass sie beim Poker mogelt. Wir wissen nicht, ob sie ehrlich ist. Zur Vereinfachung gehen wir davon aus, dass ehrliche Personen nie mogeln, und dass unehrliche Personen jedes Mal ein Full-House (irgendwie durch List) bekommen.

Laut einer Webseite, die ich fand, liegt die Wahrscheinlichkeit eines Full House bei etwa 0,001. Ich gehe davon aus, dass Schwindler sehr selten sind. (Vielleicht bin ich zu optimistisch.) Ich nehme an, die Wahrscheinlichkeit, dass ein Poker-Spieler betrügerisch ist, ist 0,00001.

Nach diesen Annahmen kommen wir auf folgendes HMM:



Direkt nach dem Start wird festgelegt, ob der Spieler ehrlich or betrügerisch ist. Dann bleibt er in diesem Zustand, weil wir davon ausgegangen sind, dass es nicht möglich ist, dass jemand in einem Spiel ehrlich ist, und im nächsten betrügt.

Gedankenexperiment: einmal Full House

Stellen wir uns weiter vor, wir spielen einmal, und der andere Spieler kriegt ein Full House. Wenn der Spieler betrügt, ist die Wahrscheinlichkeit Pr(einmal Full House|Schwindler,HMM) = 0,00001. Wenn der Spieler wiederum ehrlich ist, ist die Wahrscheinlichkeit Pr(einmal Full House|Ehrlich,HMM) $= 0{,}99999 \cdot 0{,}001 = 0{,}00099999$. In diesem Fall ist es wahrscheinlicher, dass unser Gegner ehrlich ist. (Das liegt an der Annahme, dass Schwindler sehr rar sind.) Mit anderen Worten würden wir nach einem Spiel vermuten, der andere Spieler ist ehrlich, und hatte einfach Schwein.

Weiter im Gedankenexperiment: mehr Betrug

Stellen wir uns vor, wir spielen 9 weitere Spiele, und in jedem Spiel bekommt der Gegner ein Full House. Wenn der Gegner betrügt, ist die Wahrscheinlichkeit Pr(10-mal Full House|Schwindler,HMM) = 0,00001. (Die Übergangswahrscheinlichkeit von Schwindler zu Schwindler ist 100%.) Wenn der Spieler ehrlich ist, ist die Wahrscheinlichkeit Pr(10-mal Full House|Ehrlich,HMM) = $0{,}99999 \cdot 0{,}001^{10} \approx 10^{-30}$. Dann ist es mit Abstand wahrscheinlicher, dass der Spieler mogelt. Darüber hinaus würden wir jetzt glauben, dass der Spieler auch beim ersten Spiel gemogelt hat. Das heißt, nach dem ersten Spiel, würden wir eher denken, dass der Spieler ehrlich ist. Aber nach 10 Spielen würden wir den Schluss ziehen, dass er bei jedem Mal mogelte, auch beim ersten Mal.

Tabelle

Hier die Tabelle des Viterbi-Algorithmus nach 4 Spielen:

		Anzahl von Spielen				
		0	1	2	3	4
	Start	1	0	0	0	0
Zustand	Schwindler	0	0,00001	0,00001	0,00001	0,00001
	Ehrlich	0	0,0099999	$\approx 10^{-6}$	$\approx 10^{-9}$	$\approx 10^{-12}$

Mit Backtracking schauen wir die letzte Spalte an, und wir finden, dass Schwindler die größte Wahrscheinlichkeit hat. In jedem Schritt im Backtracking finden wir, dass Schwindler der optimale, vorherige Zustand ist. D.h., in jedem Spiel wurde gemogelt.