Theoretische Biologie: Übungsaufgaben SoSe 2018

Vorstellung der Ergebnisse am **01.05**.

Aufgabe 10: Turing Muster

Betrachten Sie System

$$\begin{aligned} \dot{x} &= D\frac{\partial^2 x}{\partial \ell^2} + 1.5x(1 - x/45) - 5xy/(18 + x) \\ \dot{y} &= D\frac{\partial^2 y}{\partial \ell^2} - 4y + 10xy/(18 + x) \end{aligned} \tag{1}$$

auf dem räumlichen Interval $\ell \in [0, 1]$ mit gleichem Wert der Diffusionskonstante für x und y.

(a) Für welche Werte von D ist die homogene Lösung stabil? (Berechnen Sie auch den inneren Fixpunkt $(\hat{x}, \hat{y})$ mit $\hat{x} \neq 0$ und $\hat{y} \neq 0$.

(b) Untersuchen Sie numerisch die enstehenden Muster als Funktion von D.

(c) Wie sehen die Muster auf dem Rechteck $[0, 1] \times [0, L]$ aus. Was passiert wenn L sehr gross oder sehr klein wird.

Aufgabe 11: Transformation zwischen Replikator und Lotka Volterra Gleichungen.

Vervollständigen Sie die Herleitung der Replikatorgleichung aus der Lotka-Volterra Gleichung aus der Vorlesung.

Hinweis: Die Differentialgleichungssysteme $\dot{p}_i = F_i(p_1, p_2, \ldots, p_{n+1})$ und $\dot{p}_i = a(t)F_i(p_1, p_2, \ldots, p_{n+1}))$ verhalten sich für positive Funktionen $a(t)$, die nicht von i abhängen, gleich. Es wird nur die Zeitachse monoton gestreckt oder gestaucht. Ein solcher Vorfaktor darf daher vernachlässigt werden.

Nachtrag zu VO: Am Rand der Domäne Ω muss der Teilchenstrom verschwinden. Für das Intervall $[0, L]$ bedeutet das insbesonders, dass $\psi'(O) = \psi''(L) = 0$ sein muss. (Nicht die 2. Ableitung). Die Lösung ist daher

$$\psi(\ell) = \text{const.} \times \cos(\frac{\pi k}{L}\ell)$$

(nicht sin).

Die Eigenwerte $\lambda = -\mu_k^2 = -\left(\frac{\pi k}{L}\right)^2$ sind korrekt.