Algorithmen und Datenstrukturen II

SoSe 2011, **2. Aufgabenblatt**, Abgabe 11.05.2010

Aufgabe 5

7 Punkte

Der gerichtete Graph G sei durch die folgende Kantenliste definiert.

$$6, 8, 1, 2, 2, 3, 3, 1, 3, 4, 4, 5, 5, 4, 5, 6, 3, 6$$

a) Benutzen Sie den Tarjan-Algorithmus beginnend beim Knoten 1, um die starken Zusammenhangskomponenten von G zu berechnen. In der Schleife innerhalb von `Tarjan-visit` werden die Kindsknoten u des aktuellen Knotens v in aufsteigender Reihenfolge der Indizes bearbeitet. Geben Sie jeweils nach Beendigung dieser Schleife `v`, `in[v]` und `l[v]` an, sowie ggf. die vom Programm erzeugte Ausgabe einer starken Zusammenhangskomponente. (5 Punkte)

b) Zeichnen Sie G und dessen Komponentengraphen G^*. Benennen Sie dabei die starken Zusammenhangskomponenten von G mit $a, b, \ldots$, in der Reihenfolge, in der sie vom Tarjan-Algorithmus im vorigen Aufgabenteil gefunden wurden. (2 Punkte)

Aufgabe 6

9 Punkte

Ein Flussnetzwerk mit der Knotenmenge $\{q, a, b, c, d, s\}$ habe genau die folgenden Kanten.

$$(q, b, 6, 5),\ (q, d, 7, ?),\ (b, a, 3, 2),\ (b, c, 4, 1),\ (b, d, 5, ?),\ (a, s, 4, ?),\ (d, c, 6, 6),\ (c, s, 9, ?)$$

Hierbei bedeutet ein 4-Tupel (v, w, κ, ϕ), dass die Kante (v, w) eine Kapazität κ besitzt, von der derzeit ϕ genutzt wird.

a) Errechnen Sie die fehlenden (durch ? ersetzten) ϕ-Werte, so dass sich ein gültiger Fluss ergibt. Zeichnen Sie das gegebene Flussnetzwerk und schreiben Sie an jede Kante die Werte ϕ, κ. (3 Punkte)

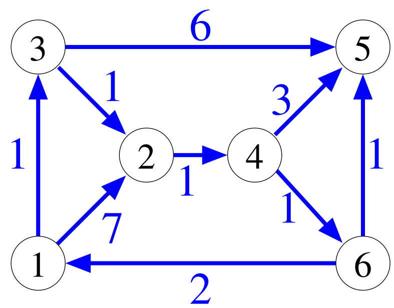
b) Zeichnen Sie den Restgraphen des Flussnetzwerks. (3 Punkte)

c) Geben Sie alle zunehmenden Wege und das jeweilige Minimum der verfügbaren Restkapazität an. (3 Punkte)

Aufgabe 7

10 Punkte

Gegeben sei der folgende gewichtete gerichtete Graph $G = (V, E, w)$.



(a) Benutzen Sie den Dijkstra-Algorithmus, um die Längen der kürzesten Pfade von Knoten 1 zu allen anderen Knoten zu berechnen. Geben Sie nach direkt nach jeder Extraktion eines Knotens aus der Queue und nach Abschluss der Berechnung für alle Knoten $i \in \{1 \ldots 6\}$ den aktuellen Wert $D[i]$ an. (5 Punkte)

(b) Betrachten Sie nun eine Variante des Dijkstra-Algorithmus, bei der die Knoten in der Reihenfolge einer normalen Breitensuche bearbeitet werden anstatt in der Reihenfolge der Priority-Queue. Im konkreten Fall werden die Knoten in der Reihenfolge $1, 2, 3, 4, 5, 6$ aufgerufen. Wiederholen Sie Aufgabenteil (a) mit dieser Variante. Erhalten Sie dasselbe Endergebnis für das Array D? (5 Punkte)

Aufgabe 8

3 Punkte

Seien $G = (V, E)$ ein gerichteter Graph, $s \in V$, und $B = (V, T)$ ein Baum aus Breitensuche (BFS-Baum) auf G beginnend bei s. Sei $v \in V$ beliebig. Zeigen Sie, dass die kürzeste Pfadlänge von s zu v auf G gleich der kürzesten Pfadlänge von s zu v auf B ist. Die Kanten von G werden ungewichtet betrachtet, bzw. jede Kante $e \in E$ hat Gewicht $w(e) = 1$.