

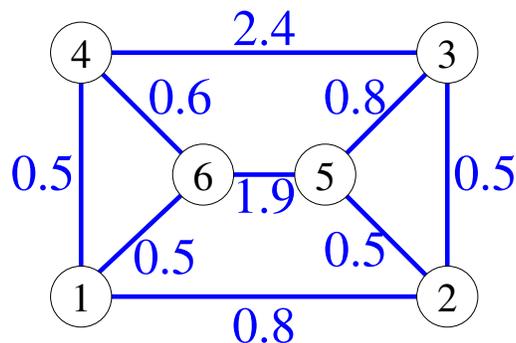
# Algorithmen und Datenstrukturen II

SoSe 2011, 1. Aufgabenblatt, Abgabe 27.04.2011

## Aufgabe 1

11 Punkte

Gegeben sei der folgende ungerichtete gewichtete Graph  $G$ .



- Finden Sie einen minimalen Spannbaum von  $G$  mit dem Algorithmus von Kruskal. Schreiben Sie als Resultat die Kanten des Baums in der Reihenfolge hin, in der sie hinzugefügt werden. (4 Punkte)
- Ist der in Aufgabenteil (a) gefundene minimale Spannbaum eindeutig? Falls ja: begründen Sie dies. Falls nein: wieviele minimale Spannbäume hat  $G$ ? (2 Punkte)
- Betrachten Sie nun einen allgemeinen gewichteten Graphen  $G = (V, E, w)$ , einen minimalen Spannbaum  $(V, T)$  von  $G$  und einen Zyklus  $C$  auf  $G$ . Sei  $e$  eine Kante von  $C$  mit strikt maximalem Gewicht. Für alle Kanten  $f \in C$  gelte also  $w(f) < w(e)$ . Zeigen Sie:  $e \notin T$ . (3 Punkte)
- Der Algorithmus von Kruskal werde auf einen nicht-zusammenhängenden gewichteten Graphen  $G$  mit  $n$  Knoten angewendet und liefere eine Kantenmenge  $T$  mit  $r = |T|$  Kanten. Ist  $(V, T)$  ein Spannbaum von  $G$ ? Welche Information über  $G$  entnehmen Sie  $r$  und  $n$ ? (3 Punkte)

## Aufgabe 2

10 Punkte

Der folgende gerichtete Graph sei durch seine Kantenliste gegeben:

7, 10, 1, 4, 2, 3, 6, 3, 5, 1, 2, 1, 7, 4, 5, 7, 6, 5, 5, 2, 4, 5,

a) Geben Sie die Adjazenzmatrix des Graphen an. (2 Punkte)

b) Zeichnen Sie den Graphen. (2 Punkte)

c) Besitzt dieser Graph einen Hamiltonschen Zyklus? Falls ja: Geben Sie einen an. Falls nein: Begründen Sie dies. (2 Punkte)

d) Betrachten Sie die Knotenfolgen

(2,1,4,5), (6,5,4,1), (4,5,1,4,5), (2,1,4,5,2)

Geben Sie zu jeder Knotenfolge an, ob sie für den gegebenen Graphen (i) eine Kantenfolge, (ii) ein Kantenzug, (iii), ein Pfad (iv) ein Zyklus ist. Eine Kantenfolge kann mehrere dieser Eigenschaften erfüllen. Stellen Sie Ihre Antwort am besten in einer Tabelle dar, in der jeder Kantenfolge eine Zeile mit den vier Antworten (ja/nein) zugeordnet ist. (4 Punkte).

## Aufgabe 3

6 Punkte

Gegeben sei der Graph aus Aufgabe 2. Führen Sie die folgenden Durchläufe aus und geben Sie die Knoten in der Reihenfolge an, in der sie aufgefunden ("grau") werden.

- a) einen Breitendurchlauf, beginnend bei Knoten 7 (2 Punkte)
- b) einen Tiefendurchlauf, beginnend bei Knoten 7 (2 Punkte)
- c) einen Tiefendurchlauf, beginnend bei Knoten 6 (2 Punkte)

## Aufgabe 4

7 Punkte

- (a)  $V = \{1, 2, 3, 4\}$  sei die Knotenmenge eines gerichteten Graphen  $G$ . Geben Sie jeweils eine Kantenmenge  $E$  mit  $|E| = 3$  an, so dass  $G = (V, E)$  keine Schleifen und
  - (i) möglichst viele, (ii) möglichst wenigeverschiedene topologische Sortierungen hat. (4 Punkte)
- (b) Sei  $G = (V, E)$  ein gerichteter Graph und  $s : V \rightarrow \{1, 2, \dots, |V|\}$  eine topologische Sortierung von  $G$ . Weiterhin sei  $G^*$  die transitive reflexive Hülle von  $G$ , und  $\hat{G} = G^* \setminus \{(v, v) | v \in V\}$ , also die Hülle  $G^*$  nach Fortlassen aller Schleifen. Zeigen Sie, dass  $s$  eine topologische Sortierung von  $\hat{G}$  ist. (3 Punkte)