

# Algorithmen und Datenstrukturen II

SoSe 2010, **2. Aufgabenblatt**, Abgabe 12.05.2010

## Aufgabe 4

9 Punkte

Ein Flussnetzwerk mit der Knotenmenge  $\{q, a, b, c, d, s\}$  habe genau die folgenden Kanten.

$(q, a, 9, ?)$ ,  $(q, c, 4, ?)$ ,  $(c, d, 6, 5)$ ,  $(a, b, 8, ?)$ ,  $(b, c, 6, 3)$ ,  $(b, d, 7, 4)$ ,  $(b, s, 3, 1)$ ,  $(d, s, 11, ?)$

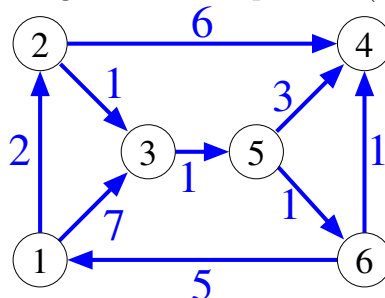
Hierbei bedeutet ein 4-Tupel  $(v, w, \kappa, \phi)$ , dass die Kante  $(v, w)$  eine Kapazität  $\kappa$  besitzt, von der derzeit  $\phi$  genutzt wird.

- Errechnen Sie die fehlenden (durch ? ersetzten)  $\phi$ -Werte, so dass sich ein gültiger Fluss ergibt. Zeichnen Sie das gegebene Flussnetzwerk und schreiben Sie an jede Kante die Werte  $\phi, \kappa$ . (3 Punkte)
- Zeichnen Sie den Restgraphen des Flussnetzwerks. (3 Punkte)
- Geben Sie alle zunehmenden Wege und das jeweilige Minimum der verfügbaren Restkapazität an. (3 Punkte)

## Aufgabe 5

10 Punkte

Gegeben sei der folgende gewichtete gerichtete Graph  $G = (V, E, w)$ .



- Benutzen Sie den Dijkstra-Algorithmus, um die Längen der kürzesten Pfade von Knoten 1 zu allen anderen Knoten zu berechnen. Geben Sie nach jeder Extraktion eines Knotens aus der Queue und nach Abschluss der Berechnung für alle Knoten  $i \in \{1 \dots 6\}$  den aktuellen Wert  $D[i]$  an. (5 Punkte)

- b) Der Graph  $H$  entstehe aus  $G$  durch Hinzunahme der Kante  $e = (3, 6)$  mit dem Gewicht  $w(e) = -4$ . Benutzen Sie den Bellman-Ford-Algorithmus, um im Graphen  $H$  die Längen der kürzesten Pfade von Knoten 1 zu allen anderen zu berechnen. In der inneren Schleife werden die Kanten in lexikographischer Ordnung abgearbeitet, also  $(1, 2)$ ,  $(1, 3)$ ,  $(2, 3)$ ,  $(2, 4)$ ,  $(3, 5)$ , usw. Geben Sie jeweils nach Abarbeitung der inneren Schleife die aktuellen Werte  $D[i]$  für alle Knoten  $i \in \{1, \dots, 6\}$  an. (5 Punkte)

## Aufgabe 6

11 Punkte

Der gerichtete Graph  $G$  sei durch die folgende Kantenliste definiert.

7, 10, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 2, 1, 5, 5, 4, 4, 6, 6, 7, 7, 6, 5, 7

- a) Benutzen Sie den Tarjan-Algorithmus beginnend beim Knoten 1, um die starken Zusammenhangskomponenten von  $G$  zu berechnen. In der Schleife innerhalb von `Tarjan-visit` werden die Kindsknoten  $u$  des aktuellen Knotens  $v$  in aufsteigender Reihenfolge der Indizes bearbeitet. Geben Sie jeweils nach Beendigung dieser Schleife `v.in[v]` und `l[v]` an, sowie ggf. die vom Programm erzeugte Ausgabe einer starken Zusammenhangskomponente. (5 Punkte)
- b) Zeichnen Sie  $G$  und dessen Komponentengraphen  $G^*$ . Benennen Sie dabei die starken Zusammenhangskomponenten von  $G$  mit  $a, b, c, \dots$ , in der Reihenfolge, in der sie vom Tarjan-Algorithmus im vorigen Aufgabenteil gefunden wurden. (2 Punkte)
- c) Geben Sie eine topologische Sortierung von  $G^*$  an. (1 Punkt)
- d) Wie viele Kanten enthält die transitive reflexive Hülle von  $G$ ? Erklären Sie kurz, wie Sie durch Kenntnis von  $G^*$  diese Berechnung abkürzen können. (3 Punkte)